Incidence matrix:

• تستخدم هذه المصفوفة عندما تكون المعلومات على الأحرف أكثر من المعلومات على الرؤوس وهي مصفوفة تربط * العلاقة بين الأحرف والرؤوس في طريقة مصفوفة

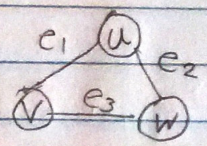
$$M = [m_{ij}]$$

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{When edges } e_j \text{ is incident with } v_i \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

for $G = (V, E)$; $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

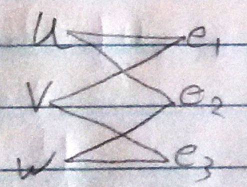
$E = \{e_1, \dots, e_n\}$

example: Find the Incidence matrix of



$$\begin{array}{c|ccc} & e_1 & e_2 & e_2 \\ \hline u & 1 & 1 & 0 \\ v & 1 & 0 & 1 \\ w & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

هي طريقة يمكن إيجاد المخطط بها ولكنها ليست بطريقة جيدة



AdJacent matrix (simple Graph):

تستخدم هذه المصفوفة عندما تكون المعلومات على الرؤوس أكثر من المعلومات على الأحرف ونحصل عليها بتكوين مصفوفة بين الرؤوس وبعضها

$A_{n\times n} = [a_{ij}]$ n عدد الرؤوس

تنقسم هذه المصفوفة إلى ثلاث أنواع تبعاً لأشكال الجراف

١- المخطط غير المتجه

٢- المخطط المتجه

٣- المخطط متعدد الأحرف

٤- المخطط المعلوم وزن الأحرف فيه

Page :
Date :

1) un directed graph

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } e_{v_i v_j} \in E \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

داخل المصفوفة عند الصف أو العمود فى قيمة المصفوفة 1 إذا وجد حرف يربط الرأس v_i مع الرأس v_j عدا ذلك تكون 0

2) Directed graph

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } \overrightarrow{e_{v_i v_j}} \in E \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

اتجاه الأحرف يأخذ فى الحساب

3) Adjacent matrix : Multi graph

$$a_{ij} = \begin{cases} n & n \text{ is number of edges from } v_i \text{ to } v_j \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

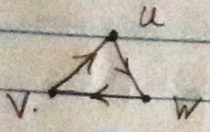
فى حالة directed يأخذ اتجاه الأحرف فى الحسبان عدا ذلك لا يهم الاتجاه

4) Weighted graph

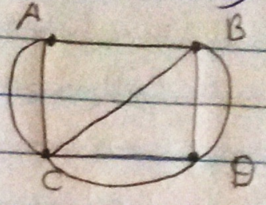
$$a_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{the weight of edges between } v_i \text{ to } v_j \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

Page :
Date :

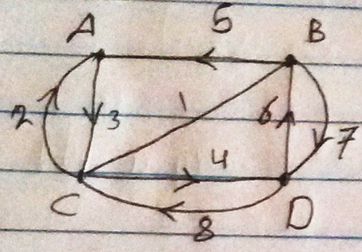
*Find the Adject matrix from the following graphs:



(a) G_1



(b) G_2



(c) G_3

$$A(G_1) = \begin{array}{c} \\ u \\ v \\ w \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} u & v & w \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$A(G_2) = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$A(G_3) = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 8 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

* Path matrix:

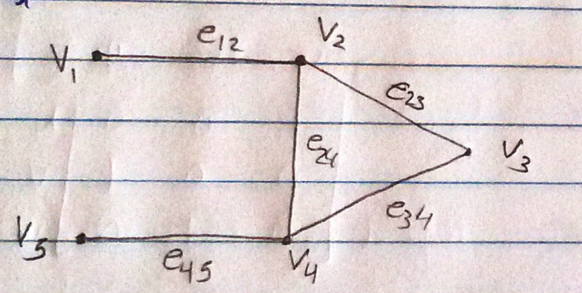
هي مصفوفة تعبر عن إمكانية الوصول بين الرؤوس وبعضها بمعنى إذا وجد مسار بين نقطتين لا يشترط أن تكون متجاورتين نضع داخل المصفوفة 1

وإذا لم يوجد نضع صفر ← مسار مفتوح

$$P = [P_{ij}]$$

$$P = \begin{cases} 1 & \text{If there is a path from } v_i \text{ to } v_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

example:



$$P(G) = \begin{array}{c|ccccc} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \\ \hline V_1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ V_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ V_3 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ V_4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ V_5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Connected on Graph:

المخطط المتماسك: هو المخطط الذي يمكن أن نصل بين أي رأسين فيه بمسار ويوجد بعض أنواع المخططات تحمل هذا المفهوم لمعنيين

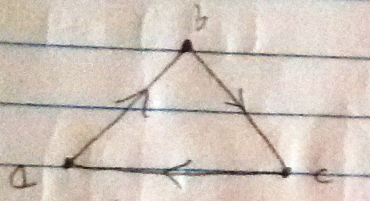
① Strongly Connected graph

يكون المخطط كذلك إذا كان المخطط متجه وأي رأسين يمكن الوصول بينهما بمسار يحافظ على الإتجاه

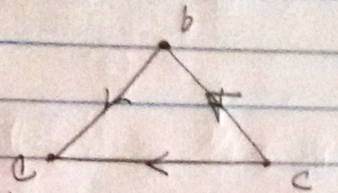
② Weakly Connected graph

إذا كان المخطط متجه ولكن كل رأسين فيه لا يمكن الوصول إليهما إلا بمسار نسير في عكس إتجاهه

* Show that which of strong connected and weakly connected from the following graph

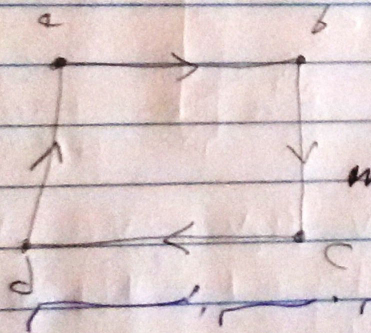


Strongly connected



Not weakly connected or strongly connected

لابد من وجود مسارات نسير فيها عكس الإتجاه ولابد من وجود مسار بنفس الإتجاه



Strongly connected graph
and weakly connected graph

<u>Remark</u>

يمكن الإستفادة من Adjacent matrix في توضيح هل المخطط متصل أم لا لأنه تكون المصفوفة

$$B = A + A^2 + \dots + A^{n-1}$$ إذا كان عدد الرؤوس n

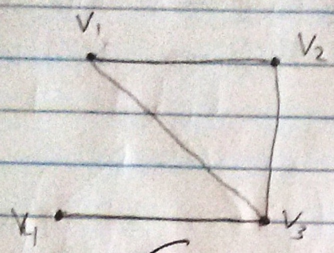
$$B = [b_{ij}]$$

If $b_{ij} \neq 0$ the graph is connected

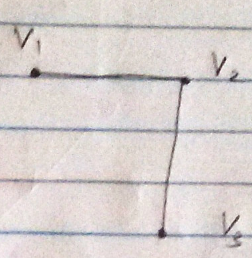
إذا كان جميع عناصر b لا يساوي 0 يكون الجراف متصل

Page :
Date :

Ex, use Adjacent matrix: to show that the following graph is Connected



G_1



G_2

Homework

$$A(G_1) = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$n = 4$ عدد الرؤوس

$$B = A + A^2 + A^3$$

$$A^2 = AA = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 2 \\ 5 & 4 & 6 & 2 \\ 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$b_{ij} \neq 0$

$\therefore G_1$ is Connected

Page :
Date :

Remark :

$\boxed{\text{عدد أقصر المسارات}}$

في Graph G_1 عدد المسارات من V_1 إلى V_1 $\leftarrow$ 2

// // من V_1 إلى V_2 $\leftarrow$ 1

// // من V_1 إلى V_3 $\leftarrow$ 1

أنظر إلى A^2

① المصفوفة A^{*2} تعطي عدد المسارات التي لها أقصر طول لربط الرؤوس ~~حيث (k+1) يكون طول المسار~~ بمسارات مفتوحة طولها 2*

② ~~يمكن من A^k معرفة عدد المسارات ذات الطول k~~
~~عدا القطر يكون بين الرؤوس وبعضها فيكون طول المسار (k+1)~~

③ هل يمكن أن تكون عناصر القطر هي درجة الرؤوس في A^2

③ ما هو معنى A^k